

Вопросы к экзамену по дисциплине «Основы дискретной математики»

Семестр 1

Теория множеств и комбинаторика

1. Множества, операции над ними, основные тождества. Утверждение о подмножествах. Диаграммы Эйлера. Прямое произведение. Парадокс Рассела.
2. Бинарные отношения, обратные, композиция. Функции. Свойства функций. Утверждения о функциях.
3. Специальные бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Два утверждения про разбиение на классы эквивалентности.
4. Виды отношений порядка. Лемма и теорема о нумерации элементов упорядоченного множества.
5. Изоморфизм упорядоченных множеств. Утверждение об изоморфизме системе подмножеств множества. Лексикографический порядок.
6. Выборки и их виды. Размещения и сочетания, формулы. Тождества для числа сочетаний. Треугольник Паскаля, утверждение (два варианта доказательства).
7. Утверждение о $(1+x_1)\dots(1+x_n)$. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Альтернативная запись бинома Ньютона.
8. Формулы обращения.
9. Мультимножества. Число мультимножеств. Связь с $(0,1)$ -векторами.
10. Обобщение формулы бинома Ньютона, следствие.
11. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множества. Число упорядоченных разбиений множества.
12. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множества. Число неупорядоченных разбиений множества.
13. Композиция натурального числа, утверждение, следствия.
14. Разбиение натурального числа, утверждение.
15. Перестановки. Группа перестановок.
16. Циклы перестановки. Отбиты перестановки. Степень перестановки.
17. Тип перестановки. Число перестановок заданного типа.
18. Принцип включения-исключения. Формула для мощности объединения множеств.
19. Решение задачи о беспорядках. Число целочисленных решений системы неравенств.

Булева алгебра

20. Булевы функции и формулы. Существенные переменные. Основные булевы операции. Утверждение о замене подформул на эквивалентные.
21. Основные тождества булевой алгебры.
22. Разложение функции по переменным.
23. Следствие к утверждению о разложении функции по переменным.
24. ДНФ и СДНФ, существование и единственность. Метод построения СДНФ по таблице и обоснование.
25. КНФ и СКНФ, существование и единственность. Метод построения СКНФ и СДНФ по таблице и обоснование.
26. Полином Жегалкина, существование и единственность. Построение полинома Жегалкина по таблице, обоснование.
27. Полнота системы функций. Сведение одной полной системы к другой.
28. Примеры полных систем. Полные системы из 1 функции от 2 переменных.
29. Суперпозиции и замыкание. Свойства замыкания. Эквивалентность вариантов определения полноты. Связь доказательства замкнутости и суперпозиций ранга 1.

30. Классы функций, сохраняющих константы. Двойственные и самодвойственные функции. Принцип двойственности, следствие.
31. Двойственные и самодвойственные функции. Замкнутость класса S . Лемма о несамодвойственной функции.
32. Монотонные функции. Замкнутость класса M . Лемма о немонотонной функции.
33. Линейные функции. Замкнутость класса L . Лемма о нелинейной функции.
34. Критерий полноты системы функций. Полнота и базис в классе функций.

Литература

1. Просолупов Е. В. Курс лекций по дискретной математике. Часть 1: Множества, отношения, комбинаторика : учебное пособие – СПб. : Изд-во СПбГУ, 2012.
2. Просолупов Е. В. Курс лекций по дискретной математике. Часть 2: Математическая логика : учебное пособие – СПб. : Изд-во СПбГУ, 2013.
3. Просолупов Е. В. Курс лекций по дискретной математике. Часть 3: Теория алгоритмов и теория графов : учебное пособие – СПб. : Изд-во СПбГУ, 2014.
4. Вялый М., Подольский В., Рубцов А., Шварц Д., Шень А. Лекции по дискретной математике. URL: <http://rubtsov.su/public/hse/2017/DM-HSE-Draft.pdf>